



Vincenzo Branchina



Rivoluzioni Scientifiche

Fisica Quantistica

Università di Catania
Dipartimento di Fisica e Astronomia

Giarre, 5 Marzo 2015

"Nuova" Meccanica Quantistica: Equazione di Schrodinger (1925)

Schrödinger's Equation

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}, t) \psi(\mathbf{r}, t)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r})$$

i is the imaginary number, $\sqrt{-1}$.

\hbar is Planck's constant divided by 2π : 1.05459×10^{-34} joule-second.

$\psi(\mathbf{r}, t)$ is the wave function, defined over space and time.

m is the mass of the particle.

∇^2 is the Laplacian operator, $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

$V(\mathbf{r}, t)$ is the potential energy influencing the particle.

Meccanica Ondulatoria

Funzione d'onda $\Psi(r)$

Di quale onda stiamo parlando ?

Onda di Probabilità (Born 1926)

Meccanica Quantistica

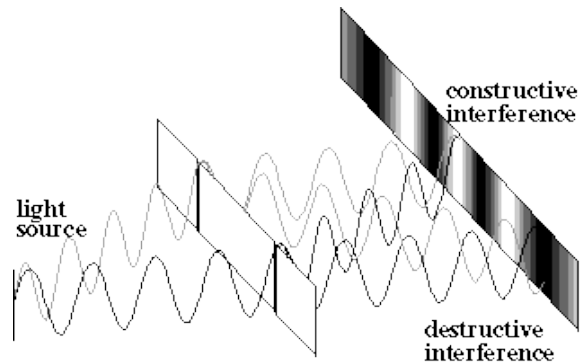
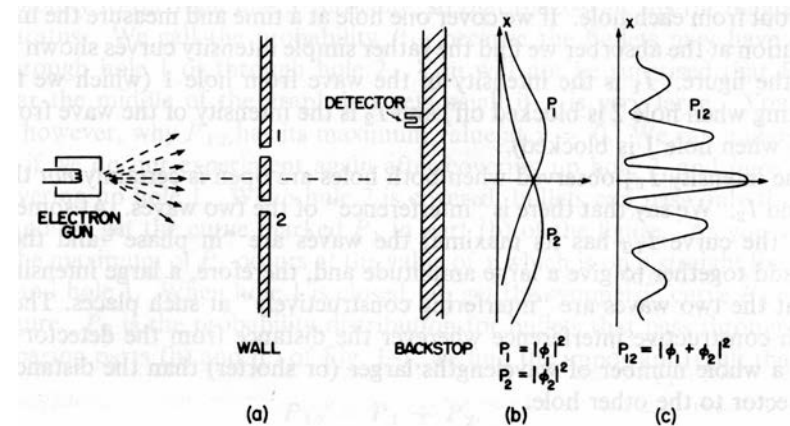


Fig 1: Interference of Light Waves



- Fig. 1 : Interferenza tra onde luminose
- Fig. 2 : Interferenza tra "elettroni"

Aspetti fondamentali della Meccanica Quantistica

Evoluzione Temporale

L'evoluzione temporale del sistema fisico è retta da un'equazione deterministica : l'Equazione di Schrodinger dipendente dal tempo.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}, t) \psi(\mathbf{r}, t)$$

Sovrapposizione

La funzione d'onda di un sistema fisico è data, in generale, dalla **sovrapposizione di diversi possibili stati** (combinazione lineare di funzioni d'onda). I coefficienti della combinazione lineare ci dicono qual è la **probabilità che il sistema si trovi in quel particolare stato**

$$\psi = c_1 \psi_1 + c_2 \psi_2 + \cdots + c_n \psi_n$$

Variabili Dinamiche

Le **variabili dinamiche** (Energia, impulso, ...) sono associate ad **operatori** (differenziali) che agiscono sulle funzioni d'onda...

Esempi :

$$E \rightarrow i \frac{h}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t}$$

$$p_x \rightarrow -i \frac{h}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x}$$

Misura di una variabile dinamica

Quando sul sistema si effettua la **misura di una determinata variabile dinamica** (Energia, quantità di moto, ...) la sua funzione d'onda "**collassa**" in uno dei possibili stati :

"collasso della funzione d'onda"

$$\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2 + \dots + c_i\psi_i + \dots + c_n\psi_n \rightarrow c_i\psi_i$$

Valori possibili di una variabile dinamica

I valori possibili di una data variabile dinamica (e gli stati nei quali il sistema può trovarsi) sono ottenuti considerando il problema agli autovalori relativo a quella specifica variabile dinamica.

Esempio dei possibili **valori di Energia per l'atomo d'Idrogeno**

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r})$$

ovvero

$$\mathcal{H} \psi = E \psi$$

Probabilità e Misura

La **Probabilità** entra in maniera **nuova** e **inaspettata** nella **descrizione dei fenomeni naturali** !

Un sistema fisico, prima della **Misura**, si trova in una **combinazione di stati** **ogni stato possibile** entra nella combinazione con un suo peso !!! Poi ... interviene la Misura ...

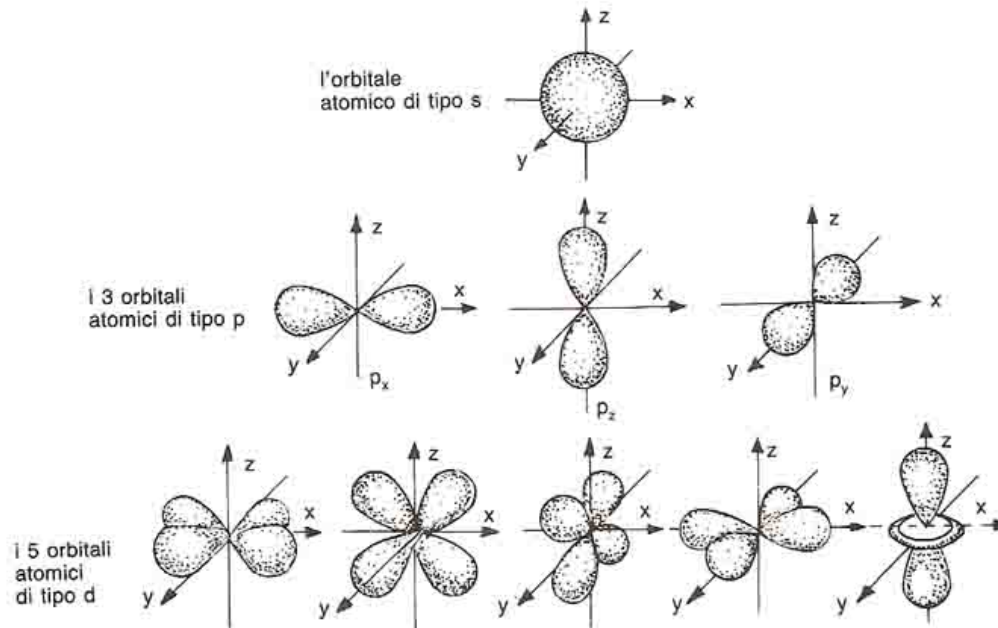
Postulato della Misura

... **Fiumi di inchiostro** ...

Grande successo della meccanica quantistica

Orbitali atomici ...

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\mathbf{r})+V(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r})=E\psi(\mathbf{r})$$



Forma di alcuni orbitali atomici.

Onda o Particella ?

In verità, questo apparente dualismo, questo tanto discusso **dualismo onda-corpuscolo** non esiste...

Che cosa rappresenta la funzione d'onda $\psi(\mathbf{r}, t)$, soluzione dell'equazione

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}, t) \psi(\mathbf{r}, t) \quad ?$$

$|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \Delta V =$ probabilità che la particella all'istante t si trovi nel volumetto ΔV che contiene \mathbf{r} .

L'equazione di Schrodinger qui sopra non è altro che descrive l'evoluzione dinamica dell'**ampiezza di probabilità** (onda)

$\psi(\mathbf{r}, t)$.

Nessun dualismo onda-corpuscolo

Qual è l'equazione d'onda per due, tre o N particelle ?

Indeterminazione - Heisenberg

La Meccanica Quantistica ci insegna come calcolare il valore di una variabile dinamica del sistema quando questo si trova in un dato stato ψ (valor medio).

Siamo ora interessati alla misura della posizione e della quantità di moto di una particella che si muove lungo l'asse X e si trova nello stato ψ .

In accordo con quanto ci insegna la meccanica quantistica, dobbiamo considerare:

$$\langle x \rangle \quad e \quad \langle p \rangle$$

Valor medio di x e di p

La particella si muove lungo l'asse \vec{x} .

Se $\psi(x, t)$ è la funzione d'onda della particella:

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* x \psi dx$$

$$\langle p \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi dx$$

posto che sia $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi dx = 1$

Valor medio di x^2 e di p^2

La particella si muove lungo l'asse \vec{x} .

$\psi(x, t)$ è la funzione d'onda della particella:

$$\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* x^2 \psi dx$$

$$\langle p^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \psi dx$$

posto sempre che sia $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi dx = 1$

Scarto quadratico medio

$$\Delta x^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$$

$$\Delta p^2 = \langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2$$

La cosa importante da osservare è che le variabili x e p (ovvero gli operatori ad esse associati) non commutano

$$\left[x \times \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) - \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \times x \right] \psi \neq 0$$

anzi è :

$$\left[x \times \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) - \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \times x \right] \psi = i\hbar \psi$$

A causa di ciò :

Relazione di Indeterminazione

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Analoga relazione di indeterminazione Energia-tempo:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Interpretazione di Copenaghen

L'interpretazione di Copenaghen della meccanica quantistica si ispira ai lavori di Bohr e Heisenberg intorno al 1927 (Copenaghen):

Le affermazioni di natura **probabilistica** non sono dovute ad una nostra limitata conoscenza. Anche conoscendo tutti i dati iniziali è **impossibile prevedere il risultato di un singolo esperimento**.

L'atto della misurazione causa il «**collasso della funzione d'onda**» : quest'ultima è costretta dal processo di misura ad assumere i valori di uno a caso dei possibili stati permessi.

Obiezioni all'Interpretazione di Copenhagen

«Dio non gioca a dadi» ; «Credi davvero che la luna non sia lì se non la guardi?» ...

La completezza della meccanica quantistica venne attaccata dall'esperimento mentale conosciuto come **paradosso di Einstein-Podolsky-Rosen** (EPR).

L'idea era di mostrare che devono esistere **variabili nascoste** se si vogliono evitare "paradossali" effetti istantanei a distanza.

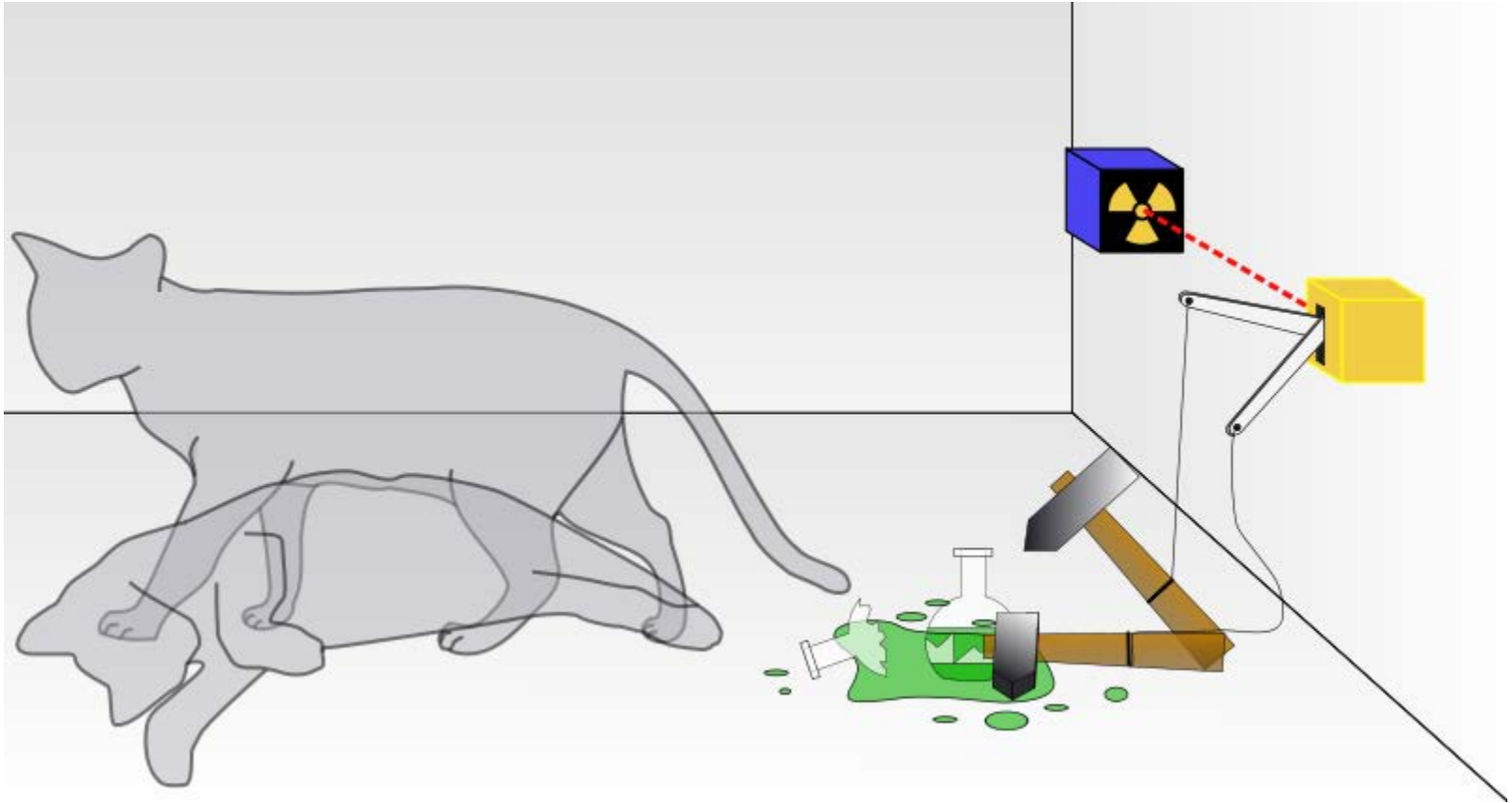
Successivamente il teorema di Bell ha dimostrato, nell'ambito di una teoria con variabili nascoste che riproduca le previsioni della meccanica quantistica, l'incompatibilità tra i due principi cardine della fisica classica. Una serie di esperimenti, atti a determinare quale degli scenari teorici ipotizzati dal teorema di Bell si verifici concretamente, ha indicato come la descrizione quantistica della realtà sia quella corretta, confutando il postulato di realismo locale che sta alla base del paradosso EPR.

Interpretazione di Copenhagen

Aspetto fortemente controverso:

discontinuità tra il processo deterministico che regola l'evoluzione della funzione d'onda e il fenomeno indeterministico del collasso;

Gatto di Schrödinger 1935



Gatto di Schrödinger 1935

Anche Schrodinger, come Einstein, non era per nulla soddisfatto della Interpretazione di Copenhagen, secondo cui, prima che un sistema venga osservato, esso si trova in una sovrapposizione probabilistica di stati... come se La realtà viene creata dall'osservatore.

Immagina il seguente (terrificante!) esperimento mentale.

Un gatto vivo viene messo in una cassa insieme ad una sorgente radioattiva, un contatore Geiger, una fiala di vetro che contiene un veleno mortale ed un martello. Quando si verifica un evento di decadimento radioattivo, il contatore Geiger effettua la rivelazione e mette in moto il martello che rompe la fiala di veleno. Se la teoria quantistica prevede che ci sia un decadimento radioattivo entro un'ora con una probabilità del cinquanta per cento, allora dopo un'ora il gatto può essere vivo o morto con la stessa probabilità. Prima di aprire la cassa, il gatto si trova in una sovrapposizione di stati: Vivo + Morto. Questo secondo l'interpretazione di Copenhagen.

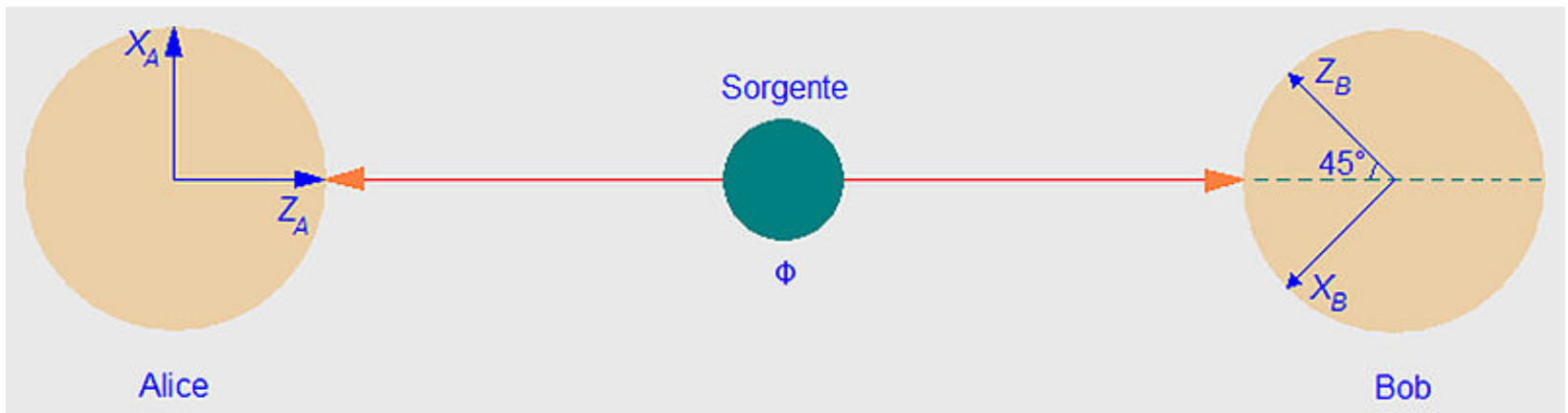
Schrodinger considerò il suo esperimento mentale come una dimostrazione del fatto che l'Intrepretazione di Copenhagen non è corretta.

Gatto di Schrödinger

Direttamente dalle parole di Schrodinger:

« Si possono anche costruire casi del tutto burleschi. Si rinchioda un **gatto** in una **scatola d'acciaio** insieme con la seguente **macchina infernale** (che occorre proteggere dalla possibilità d'essere afferrata direttamente dal gatto): in un **contatore Geiger** si trova una **minuscola porzione di sostanza radioattiva**, così poca che **nel corso di un'ora forse uno dei suoi atomi si disintegra, ma anche in modo parimenti verosimile nessuno**; se ciò succede, allora il contatore lo segnala e aziona un **relais di un martelletto** che **rompe una fiala con del cianuro**. Dopo avere lasciato indisturbato questo intero sistema per un'ora, si direbbe che il gatto è ancora vivo se nel frattempo nessun atomo si fosse disintegrato. La prima disintegrazione atomica lo avrebbe avvelenato. **La funzione Ψ dell'intero sistema porta ad affermare che in essa il gatto vivo e il gatto morto non sono stati puri, ma miscelati con uguale peso**»

Paradosso di Einstein-Podolsky-Rosen



Paradosso di Einstein-Podolsky-Rosen 1935

Nel 1935 Einstein Podolski e Rosen pubblicano un articolo in cui immaginano un esperimento nel quale vengono emesse due particelle con valori di spin non definiti (se ne conosce solo la "somma"). Prima della misura, per via della sovrapposizione quantistica, ciascuna delle due particelle ha il cinquanta per cento di probabilità di avere l'uno o l'altro dei due possibili valori dello spin.

Siamo a Giarre. Una particella la inviamo a Catania, l'altra a Messina. Se misuriamo lo spin della particella a Catania, immediatamente è noto lo spin della particella a Messina.

Un segnale avrebbe viaggiato a velocità infinita (!)... Einstein pensava che questo paradosso fosse la dimostrazione del fatto che la meccanica quantistica è incompleta... ci sono delle variabili nascoste... pensava che tale paradosso nascesse da un difetto della Meccanica Quantistica, soprattutto della Interpretazione di Copenhagen, secondo cui un sistema fisico, prima di essere sottoposto a misura, vive in una sovrapposizione probabilistica di stati...

Paradosso di Einstein-Podolsky-Rosen

Notiamo però che in verità non c'è stata nessuna comunicazione di informazione a velocità superiore a quella della luce. Infatti, a Catania non siamo in grado di manipolare la correlazione quantistica tra le due particelle per inviare messaggi a Messina. Semplicemente, la particella ha il cinquanta per cento di probabilità di trovarsi in uno dei due stati di spin.

Notiamo ancora che nel 1982, Alain Aspect eseguì degli esperimenti su fotoni correlati, emessi da uno stesso atomo in direzioni opposte, e mostrò che l'interazione EPR tra i due fotonin aveva realmente luogo, anche se essi erano separati da distanze molto grandi.

Oggi la correlazione quantistica è largamente studiata, anche per fini pratici: crittografia quantistica, studio di computer quantistici.

EPR e le Variabili Locali Nascoste

Nel tentativo di risolvere il **paradosso**, EPR ipotizzano che **la meccanica quantistica** sia **una teoria incompleta**. Secondo loro, deve esistere non ancora scoperta **teoria della natura rispetto alla quale la meccanica quantistica gioca il ruolo di approssimazione statistica**. **Questa teoria completa conterrebbe variabili che tengono conto di tutti gli "elementi fisici di realtà"**. Deve esistere un meccanismo che agisce su queste variabili e che dà origine agli effetti che la meccanica quantistica è in grado di predire solo a livello probabilistico. Tale teoria prende il nome di **teoria delle variabili locali nascoste**. In tale teoria, il comportamento di una particella può essere dovuto solo all'ambiente immediatamente circostante.

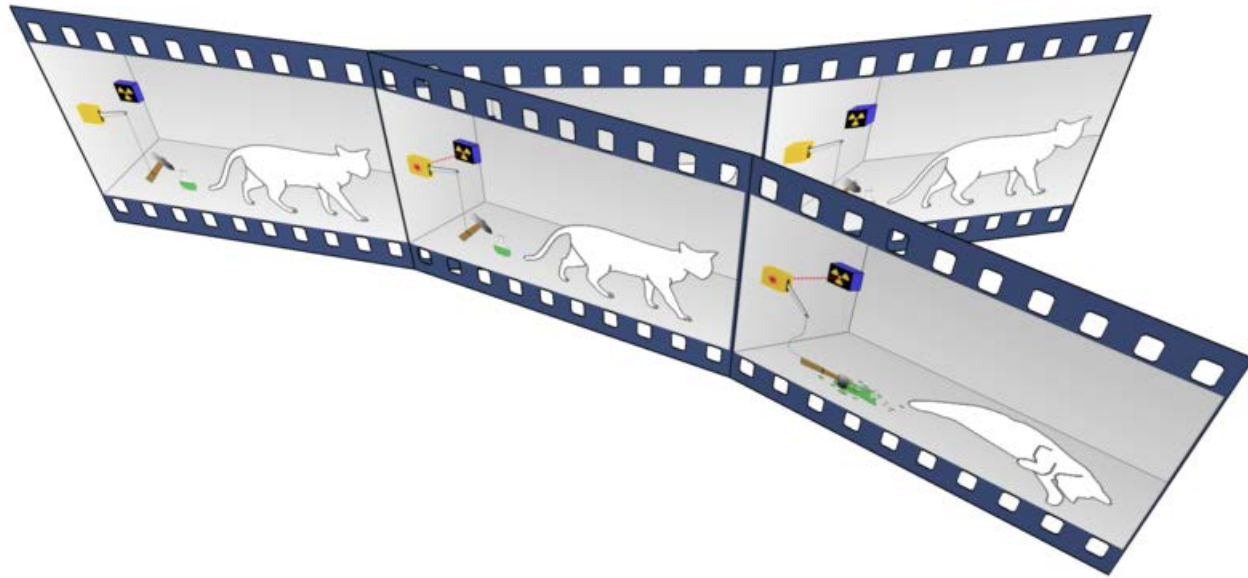
Ma... Teorema di Bell 1964

Però, nel 1964 J. Bell dimostra che nessuna teoria di variabili locali nascoste può rendere conto di tutte le previsioni della meccanica quantistica.

In pratica possiamo pensare alla cosa seguente. Supponiamo che le grandezze fisiche relative alle particelle che si trovano a Catania e quelle delle particelle che si trovano a Messina abbiano valori ben determinati. Ci chiediamo se, eseguendo esperimenti su queste particelle sia possibile ottenere tutti i risultati previsti dalla meccanica quantistica.

Bell ha dimostrato che si otterrebbe una distribuzione probabilistica per i risultati delle misure che è in disaccordo con le predizioni della meccanica quantistica.

Interpretazione Many-Worlds: Everett 1956



Interpretazione a Molti Mondi 1956

Si asserisce la realtà oggettiva della funzione d'onda, negando il collasso della stessa. In questa interpretazione, tutte le possibili storie alternative e future sono reali. Ciascuna di queste storie rappresenta un "Mondo"

Chiaramente, l'idea è di riconciliare la nostra percezione di eventi non-deterministici, come il decadimento di una sostanza radioattiva, con l'equazione deterministica della fisica quantistica, l'equazione di Schrodinger (dipendente dal tempo). Secondo l'interpretazione many-world, la realtà è una sorta di albero a molti rami. Ogni possibile risultato quantistico è realizzato.

L'apparente collasso della funzione d'onda qui viene spiegato. Tutti i paradossi legati al problema della correlazione, come EPR e Gatto di Schrodinger, vengono così spiegati. Infatti, in questo contesto, ogni possibile risultato di un evento definisce la propria "storia", esiste nel proprio mondo.

e ancora ...

- Resurrezione quantistica
- Esperimento della scelta ritardata
- Teletrasporto quantistico
- Immortalità quantistica
- Computer quantistico